



TITLE:

# 転移点以下でのXYモデルの流体力学について(動的臨界現象の研究,研究会報告)

AUTHOR(S):

白田, 理一郎; 三宅, 和正; 伊藤, 正和; 山田, 一雄

---

CITATION:

白田, 理一郎 ...[et al]. 転移点以下でのXYモデルの流体力学について(動的臨界現象の研究,研究会報告). 物性研究 1981, 37(2): 137-139

ISSUE DATE:

1981-11-20

URL:

<http://hdl.handle.net/2433/90383>

RIGHT:

文 献

- 1) M. Suzuki and R. Kubo, J. Phys. Soc. Japan **24** (1968), 51.
- 2) H. Yahata and M. Suzuki, J. Phys. Soc. Japan **27** (1969), 1421.
- 3) M. Suzuki, Prog. Theor. Phys. **43** (1970), 882.
- 4) M. Suzuki, Int. J. Mag. **1** (1971), 123. See also  
M. Suzuki, and H. Ikeda, Prog. Theor. Phys. **55** (1976), 2041.
- 5) M. Suzuki, K. Kaneko and F. Sasagawa, Prog. Theor. Phys. **65** (1981), 828.
- 6) M. Suzuki, Prog. Theor. Phys. **51** (1974), 361.
- 7) L. Brenig and N. Banai, Physica D (in press).
- 8) M. Suzuki and K. Kaneko, Prog. Theor. Phys. (submitted).
- 9) A. Schenzle and H. Brand, Phys. Rev. **20A** (1979), 1628.
- 10) Y. Hamada, Prog. Theor. Phys. **64** (1980), 1127; **65** (1981), 850.
- 11) M. Suzuki, Adv. Chem. Phys. **46** (1981), 195.
- 12) M. Suzuki, J. Math. Phys.

転移点以下での XY モデルの流体力学について

名大・理 白田理一郎, 三宅和正, 伊藤正和, 山田一雄

XYモデルの秩序相においては、オーダーパラメーターであるX-Y スピン成分の連続的な対称性は破れる。この時オーダーパラメーターの横成分 $\sigma_T$ は南部・Goldstone モードであり、動的にはスピン波のモードとして特長づけられる。このスピン波は、超流動ヘリウムの流体力学である2流体モデルを基礎とした考えに従えば、 $\sigma_T$ と保存量である $\sigma_Z$ の2変数で記述できると考えられる。しかし、そもそも外場 $H_Z$ が存在する場合、 $\sigma_Z$ の対称性が破れることにより、オーダーパラメーターの縦成分である $\sigma_L$ も $\sigma_T$ と $\sigma_Z$ の運動に関与して来る。Halperin と Hohenberg は直観的に $\sigma_L$ ,  $\sigma_T$ ,  $\sigma_Z$ の3変数についての運動方程式を以下のように書き下して、スピン波の分散関係を調べた<sup>1)</sup>

$$\partial \sigma_L(k)/\partial t = -\frac{1}{\tau_k} [\sigma_L(k) - \sigma_L^0(k)] \quad (1.a)$$

$$\partial \sigma_Z(k)/\partial t = -gM\tilde{\rho}_S k^2 \sigma_T(k) - \frac{\lambda}{\chi_Z} k^2 \sigma_Z(k) \quad (1.b)$$

$$\partial \sigma_T(k)/\partial t = gM \left\{ \frac{1}{\chi_Z} \sigma_Z(k) - b [\sigma_L(k) - \sigma_L^0(k)] \right\} + O(k^2). \quad (1.c)$$

ここで  $g$  はオーダーパラメーターと  $\sigma_Z$  の交換関係  $[\sigma_X + i\sigma_Y, \sigma_Z] = -g(\sigma_X + i\sigma_Y)$  で定義され、 $M$  は自発磁化、そして  $\tilde{\rho}_S$  は  $\sigma_T$  のスティフネスである。又  $\sigma_L^0(k)$  は  $\sigma_Z(k)$  で決まる  $\sigma_L$  の局所平衡値である。 $[\sigma_L^0(k) = (\partial \sigma_L / \partial \sigma_Z) \sigma_Z(k)]$  もし  $\sigma_L$  の緩和時間  $\tau_k$  がミクロな長さであれば、スピン波を記述する際に  $\sigma_L$  の露はな運動は無視できる。従来の2流体モデルでは  $\tau_k$  がミクロな長さであることが前提となっていた。しかし以前より定性的には知られていたことであるが、<sup>1), 2), 3)</sup> われわれは臨界点近傍で有効な  $\epsilon$  展開の方法を用いて  $\sigma_L$  の動的帯磁率  $\chi_L(k, t)$  の振舞いを調べ、 $k \rightarrow 0$  の極限では  $\chi_L(0, t)$  が long time-tail を示すこと、又緩和時間  $\tau_L(k=0) = \Phi_L(k, \omega) / \chi_L(k)|_{k, \omega=0}$  が発散することを確認した<sup>4)</sup>。ここで  $\Phi_L$  は波数・振動数依存性を持った  $\sigma_L$  の輸送係数である。よって上記の前提は成り立たず、2流体モデルは再考を要することになる。例えば(1)式よりスピン波の減衰定数  $\Gamma_k$  は、

$$\Gamma_k = k^2 \tau_k g M \tilde{\rho}_S b \left( \frac{\partial \sigma_L}{\partial \sigma_Z} \right) + r k^2 \quad (2)$$

となるが、 $b$  が  $k \rightarrow 0$  である有限な値を持てば  $\Gamma_k$  は  $k^{2-x}$  に比例する、ここで  $\tau_k \propto k^{-x}$ , ( $0 < x \leq 1$ ) とした。もしこのように  $\Gamma_k$  が  $k^2$  に比例しないならば従来の2流体モデルの考え方は誤っていたと言うことになる。そこで、われわれは  $b$  の波数依存性を調べて、 $\Gamma_k$  の長波長での振舞いを見ることにした。

まず Halperin らの直観的な運動方程式(1)の代りに、森公式に従って  $\sigma_L, \sigma_T, \sigma_Z$  を変数とする線型な Langevin 方程式を作り、(1.c) 式の  $b [\sigma_L - \sigma_L^0]$  に対応する項の構造を見ると以下のようになる、

$$\begin{aligned} \partial \sigma_T(k)/\partial t = gM \left[ \frac{\chi_L(k)}{D_k} \sigma_Z(k) - \frac{\chi_{LZ}(k)}{D_k} \sigma_L(k) \right] \\ + \frac{\chi_Z}{D_k} \Phi_{LT}(k) \cdot [\sigma_L(k) - \frac{\chi_{LZ}}{\chi_Z} \sigma_Z(k)]. \end{aligned} \quad (3)$$

ここで  $A \cdot B \equiv \int_0^t ds A(s) B(t-s)$ ,  $D_k = \chi_Z \chi_L(k) - \chi_{LZ}(k)^2$ , そして  $\Phi_{LT}$  は  $\sigma_L$  と  $\sigma_T$  のメモリー一項で力学的な運動を示す。(3)式において  $(\chi_{LZ}(k)/\chi_Z) \sigma_Z(k)$  と  $[\chi_{LZ} - \frac{1}{gM} \chi_Z \Phi_{LT}] D_k^{-1}$  が(1)式の  $\sigma_L^0$  と  $b$  にそれぞれ対応する。われわれは  $\chi_{LZ}(k)$  について  $\epsilon$  展開を用いて  $k \rightarrow 0$  で発散せずある定数になることを調べた。なお  $\chi_L(k)$  は長波長で  $\chi_k(k) \propto k^{-1}$  となり、よって  $D_k$  は  $\chi_L$  と同じく長波長で  $\chi_k(k) \propto k^{-1}$  となる。又  $\Phi_{LT}$  はこの Langevin 方程式の中で  $\sigma_Z$  が保存量である

という性質を用いると以下のように書けることがわかる。

$$\phi_{LT}(k=0, t) = -2 \frac{\chi_{LZ}}{\chi_Z} g M \delta(t) \quad (4)$$

以上より(1)式の  $b$  に対応する項  $[\chi_{LZ} - \frac{1}{gM} \chi_Z \phi_{LT}] \times D_k^{-1}$  は  $k$  に比例することになる。よって(2)式より  $\Gamma_k$  は長波長において  $k^2$  に比例するという結論が得られる。この結果は2流体モデルに従って得られるものと一致する。

以上わかったことをまとめると次のようになる。 $\sigma_L$  の局所平衡への緩和時間  $\tau_k$  は  $k \rightarrow 0$  で決してミクロな大きさではなく、逆に発散する。しかしそれにもかかわらず  $\sigma_L$  はスピン波を記述する変数にはなり得ない。なぜならば、スピン波を表す変数  $\sigma_T$  の運動方程式に入ってくる  $\sigma_L$  の係数  $b$  が  $k$  に比例し、長波長で  $\sigma_L$  と  $\sigma_T$  が運動方程式において非常に弱い結合しかもたぬようになるからである。又それによってスピン波の減衰定数  $\Gamma_k$  も  $k^2$  に比例する。

## 文 献

- 1) B. I. Halperin and P. C. Hohenberg, Phys. Rev. **188** (1969) 898.
- 2) D. L. Huber, Phys. Rev. **B3** (1970) 805.
- 3) J. Villain, Solid State Comm. **8** (1970) 31.
- 4) R. Shirota, K. Miyake, M. Ito and K. Yamada, Prog. Theor. Phys. **66** (1981) No. 2.

## Real Space Renormalization Group Approach to the Kinetic Ising Model

東大・理 高 野 宏

実空間くりこみ群の方法は2次元のイジング的スピン系に用いられ静的臨界現象に関し良い結果を与えている。<sup>1)</sup> 最近、この実空間くりこみ群の方法を用いて2次元キネティック・イジング模型(KIM)の動的臨界現象を調べようという試みがいろいろ行なわれている。<sup>2), 3)</sup>

時刻  $t$  においてイジング・スピンの配置が  $\{\sigma\}$  である確率分布を  $P_t(\{\sigma\})$  とすると、KIM ではこの  $P_t$  の時間発展は

$$\partial_t P_t = \Gamma P_t \quad (1)$$